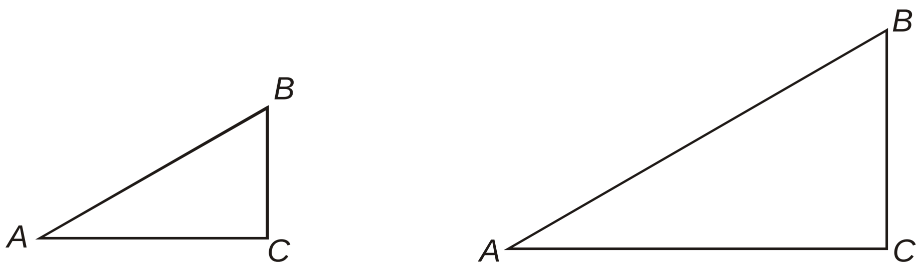
4.3.8 Funkce .....us

Předpoklady: 040307

Př. 1: Narýsuj dva libovolné různé pravoúhlé trojúhelníky $\gamma = 90°$ s úhlem $\alpha = 30°$. Co je na nich zajímavé? Proč? Zdůvodni.



Oba trojúhelníky jsou navzájem podobné. Shodují se ve dvou úhlech: $90°$ a $30°$.

Př. 2: Najdi co nejvíce vlastností, které mají společné všechny pravoúhlé trojúhelníky *ABC* z příkladu 1 (s vnitřními úhly $\alpha = 30°$, $\gamma = 90°$).

Velikost zbývajícího úhlu $60°$.
Poměry stran:

- $\frac{a}{c} = 0,5$; $\frac{b}{c} = 0,87$; $\frac{c}{a} = 2$; $\frac{c}{b} = 1,15$; $\frac{a}{b} = 0,58$; $\frac{b}{a} = 1,73$

Pedagogická poznámka: Shodu v úhlech navrhují všichni, u poměrů stran je třeba vyčkat (i přes to, e v uplynulých hodinách přišla několikrát na přetřes).

Př. 3: Ověř na trojúhelnících narýsovaných v příkladu 1, že pro ně platí hodnoty poměru $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$ a $\frac{a}{b}$.

Levý trojúhelník:

- $\frac{a}{c} = \frac{1,7}{3,5} = 0,49$
- $\frac{b}{c} = \frac{3}{3,5} = 0,86$
- $\frac{a}{b} = \frac{1,7}{3} = 0,57$

Pravý trojúhelník:

- $\frac{a}{c} = \frac{2,9}{8,8} = 0,5$
- $\frac{b}{c} = \frac{5}{5,8} = 0,86$
- $\frac{a}{b} = \frac{2,9}{5} = 0,58$

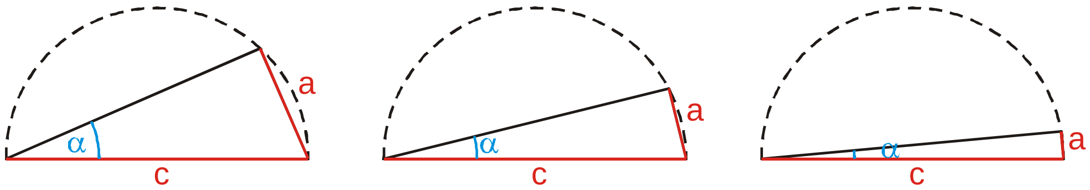
U všech správně narýsovaných trojúhelníků jsou hodnoty poměru stran stejné jako v příkladu 2 (pokud zohledníme nepřesnosti způsobené měřením na milimetry).

Z předchozího plyne jedna zajímavá věc: jakmile si zvolíme hodnotu úhlu (například $\alpha = 30°$) získáme pravoúhlý trojúhelník, pro který vyjde stejná hodnota poměru $\frac{a}{c}$ ($\frac{b}{c}$;

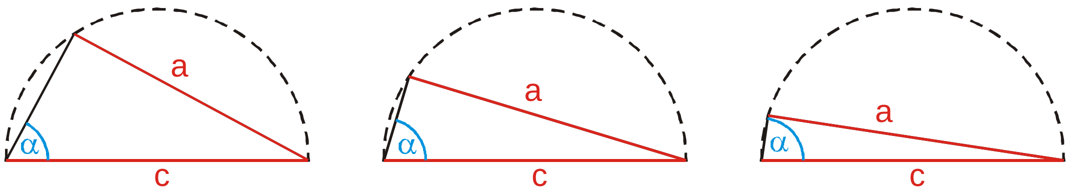
....) $\Rightarrow$ hodnota poměru $\frac{a}{c}$ u pravoúhlého trojúhelníku je jednoznačně určena hodnotou úhlu α (z hodnoty úhlu $30°$ jsme získali hodnotu poměru $\frac{a}{c} = 0,5$).

Situace, kdy z jednoho čísla *x*, jednoznačně získáme jiné číslo *y*, v matematice nastává velmi často, říkáme, že **číslo *y* je funkcí čísla *x***.

Př. 4: Jak se bude hodnota poměru $\frac{a}{c}$ měnit, když se bude hodnota úhlu α zmenšovat z hodnoty $30°$ k hodnotě $0°$? Jak se bude hodnota poměru $\frac{a}{c}$ měnit, když se bude hodnota úhlu α zvětšovat z hodnoty $30°$? Pro jakou největší hodnotu úhlu α má určování hodnoty $\frac{a}{c}$ smysl?



Při zmenšování α se strana *a* zmenšuje daleko rychleji než strana *c* $\Rightarrow$ poměr $\frac{a}{c}$ se bude zmenšovat (když se úhel zmenšuje k nule, tak hodnota poměru $\frac{a}{c}$ se také zmenšuje k nule).



Při zvětšování α se strana *a* zvětšuje daleko rychleji než strana *c* $\Rightarrow$ poměr $\frac{a}{c}$ se bude zvětšovat (když se úhel zvětšuje k $90°$, tak hodnota poměru $\frac{a}{c}$ se zvětšuje k jedné).

Pedagogická poznámka: Následující úkol zadávám jako skupinovou práci pro 4 žáky. Způsob, jakým jednotlivé skupiny pracují neupřesňuji, mezi povolenými pomůckami je i kalkulačka, pouze sleduji, zda někde nevyužívají toho, že někdo ví, že jde o funkci sinus.

Př. 5: Doplň co nejpřesněji hodnoty poměru $\frac{a}{c}$ pro další velikosti úhlu α (úplně prázdné sloupce zatím nevyplňuj).

α		$10°$	$20°$	$30°$	$40°$	$50°$	$60°$	$70°$	$80°$	
poměr										

$\frac{a}{c}$										

α		10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	
poměr $\frac{a}{c}$		0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98	

Shrnutí: Pokud se pravoúhlé trojúhelníky shodují v nepravém úhlu, shodují se i v poměrech odpovídajících si stran (například strany proti úhlu a přepony).